

教师资格考试标准预测试卷
数学学科知识与教学能力（高级中学）
卷（一） ~ （五）
(科目代码:404)

目 录

教师资格考试数学学科知识与教学能力(高级中学)标准预测试卷(一)	(1)
教师资格考试数学学科知识与教学能力(高级中学)标准预测试卷(二)	(7)
教师资格考试数学学科知识与教学能力(高级中学)标准预测试卷(三)	(13)
教师资格考试数学学科知识与教学能力(高级中学)标准预测试卷(四)	(18)
教师资格考试数学学科知识与教学能力(高级中学)标准预测试卷(五)	(24)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(高级中学)

标准预测试卷(一)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟, 满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效, 不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. 若 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 6\lambda x_2x_3$ 是正定二次型, 则 λ 的取值范围是()。

- A. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ B. $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$
C. $\left[-\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right]$ D. $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$

2. 设有非零向量 a, b, c , 若 $a \cdot b = 0, a \times c = 0$, 则 $b \cdot c = ()$ 。

- A. 0 B. -1
C. 1 D. 3

3. 设 M, N 为随机事件, $P(N) > 0$, 且条件概率 $P(M|N) = 1$, 则必有()。

- A. $P(M \cup N) > P(M)$
B. $P(M \cup N) > P(N)$
C. $P(M \cup N) = P(M)$
D. $P(M \cup N) = P(N)$

4. 设 V 是数域 P 上的三维线性空间, $\mathcal{A}$ 是 V 上的线性变换。若 $\mathcal{A}$ 在基 ξ_1, ξ_2, ξ_3 下的矩阵

为 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, 则 $\mathcal{A}$ 在基 $\xi_3, 2\xi_2, \xi_1$ 下的矩阵为()。

A. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

5. 设 $f(x) = \begin{cases} (x+1) \frac{\arcsin x}{x}, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ ae^{x^4} - 1, & x < 0, \end{cases}$ 且 $a \neq 0$, 则当 $a = (\quad)$ 时, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在。

A. 1

B. 2

C. 3

D. -1

6. 如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 收敛, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ($\quad$)。

A. 都收敛

B. 都发散

C. 敛散性不同

D. 同时收敛或同时发散

7. 高中数学课程是义务教育后普通高级中学的一门主要课程, 具有基础性、选择性和($\quad$)。

A. 发展性

B. 创造性

C. 前瞻性

D. 应用性

8. 有限小数与无限不循环小数的关系是($\quad$)。

A. 对立关系

B. 从属关系

C. 交叉关系

D. 矛盾关系

二、简答题(本大题共5小题, 每小题7分, 共35分)

9. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$ 求 X 的数学期望。

10. 讨论 a 取何值时, 下述线性方程组有唯一解? 有无穷多解? 无解?

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1. \end{cases}$$

11. 设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数, 证明: 存在 $\xi \in [a, b]$, 使得 $\int_a^b f(x) dx = f(\xi)(b - a)$ 。

12. 简述逻辑推理的主要表现。

13. 简述高中数学课程设计的依据。

三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 已知矩阵 $M = \begin{bmatrix} a & 2 \\ c & 1 \end{bmatrix}$, 若矩阵 M 属于特征值 3 的一个特征向量为 $\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。求矩阵 M 的逆矩阵 M^{-1} 。

四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15. 阐述在数学教学过程中如何处理好教师教与学生学的关系。

五、案例分析题(本大题1小题,20分)

16. 在学习了“集合的基本运算”后,教师要求学生解决如下问题。

设 $A = \{x | x^2 - x - 6 = 0\}$, $B = \{x | 2ax + 1 = 0\}$, 若 $A \cap B = B$, 求符合条件的 a 有多少个?

一位学生给出的解法如下:

集合 $A = \{-2, 3\}$, 由 $A \cap B = B$ 可知, $B \subseteq A$, 当方程 $2ax + 1 = 0$ 的解为 -2 或 3 时, 代入得 $a = \frac{1}{4}$ 或 $a = -\frac{1}{6}$ 。所以符合条件的 a 有 2 个。

问题:

- (1) 请指出该解法的错误之处, 分析错误原因, 并给出正确解法;
- (2) 针对该题的教学, 谈谈该如何设置问题, 帮助学生避免出现上述错误。

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17. 数学探究活动是围绕某个具体的数学问题,开展自主探究、合作研究并最终解决问题的过程。具体表现为:发现和提出有意义的数学问题,猜测合理的数学结论,提出解决问题的思路 and 方案,通过自主探索、合作研究论证数学结论。

请针对“互为反函数的两个函数图像间的关系”这一课题,完成下列教学设计:

- (1) 请写出本节课的教学目标;
- (2) 请写出本节课的教学重点;
- (3) 请设计一个探究式教学过程。

教师资格考试数学学科知识与教学能力(高级中学)

标准预测试卷(二)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 设事件 A 与事件 B 互不相容,则()。

- A. $P(\overline{A}\overline{B}) = 0$
- B. $P(AB) = P(A)P(B)$
- C. $P(A) = 1 - P(B)$
- D. $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1$

2. 若 $f(x)$ 的一个原函数为 $x \ln x$,则 $f'(x) = ()$ 。

- A. $-\frac{1}{x^2}$
- B. $\ln x$
- C. e
- D. $\frac{1}{x}$

3. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = 0, f'(1) = 1$,求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f[\ln(1+x^2) + 1]}{(\sqrt{1+x} - 1) \arctan x} = ()$ 。

- A. -2
- B. -1
- C. 1
- D. 2

4. 若三阶方阵 A 的特征多项式为 $f(\lambda) = \lambda^3 - 7\lambda + 6$,则 $|A| = ()$ 。

- A. -6
- B. -4
- C. 4
- D. 6

5. 已知三点 $A(1,2,3), B(3,4,5), C(2,4,7)$,则 $\triangle ABC$ 的面积为()。

- A. 14
- B. $5\sqrt{2}$
- C. $2\sqrt{14}$
- D. $\sqrt{14}$

6. 若非齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = \lambda, \\ x_1 + x_3 = \lambda - 1, \\ \lambda x_2 - 4x_3 = 2 \end{cases}$$
 有无穷多解,则 $\lambda = ()$ 。

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1

7. 下列关于有理数系说法错误的是()。

- A. 有理数系具有连续性
- B. 有理数系具有稠密性
- C. 正有理数、0、负有理数统称有理数
- D. 有理数的除法(除数不为0)具有封闭性

8. 高中数学学习评价关注学生知识技能的掌握,更关注数学学科()的形式和发展,制定科学合理的学业质量要求,促进学生在不同学习阶段数学学科核心素养水平的达成。

- A. 核心素养
- B. 数学能力
- C. 数学方法
- D. 数学技能

二、简答题(本大题共5小题,每小题7分,共35分)

9. 已知直线 $l: y = -ax + 1$ 在矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ 对应的变换作用下变为直线 $l_1: y = -\frac{x}{b} + \frac{1}{b}$, 求实数 a, b 的值。

10. 求过直线 $l: \begin{cases} 2x - 4y + z - 1 = 0, \\ x + 3y + 5z = 0, \end{cases}$ 且平行于 z 轴的平面方程。

11. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 满足 $f([a, b]) \subseteq [a, b]$ 。证明: 存在 $x_0 \in [a, b]$, 使得 $f(x_0) = x_0$ 。

12. 简述教学评价的原则。

13. 给出“双曲线”和“等差数列”的定义, 并说明它们的定义方式。

三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 直线方程 $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ 的系数满足什么条件才能使:

(1) 直线与 x 轴相交;(2) 直线与 x 轴重合;(3) 直线与 x 轴平行。

四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15. 叙述数学教育评价的含义,并阐述数学教育评价的作用。

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分)

16. 案例:

下面是高中“二次函数与一元二次方程、不等式”的部分教材内容。

在初中,我们从一次函数的角度看一元一次方程、一元一次不等式,发现了三者之间的内在联系,利用这种联系可以更好地解决相关问题。对于二次函数、一元二次方程和一元二次不等式,是否也有这样的联系呢?先来看一个问题。

问题:园艺师打算在绿地上用栅栏围一个矩形区域种植花卉。若栅栏的长度是 24 m,围成的矩形区域的面积要大于 20 m^2 ,则这个矩形的边长为多少米?

设这个矩形的一条边长为 $x \text{ m}$,则另一条边长为 $(12 - x) \text{ m}$,由题意,得 $(12 - x)x > 20$,其中 $x \in \{x | 0 < x < 12\}$,整理得 $x^2 - 12x + 20 < 0, x \in \{x | 0 < x < 12\}$ 。①

求得不等式①的解集,就得到了问题的答案。

一般地,我们把只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是 2 的不等式,称为一元二次不等式(quadric inequality in one unknown)。一元二次不等式的一般形式是 $ax^2 + bx + c > 0$ 或 $ax^2 + bx + c < 0$ 。其中 a, b, c 均为常数, $a \neq 0$ 。

思考:

在初中,我们学习了从一次函数的观点看一元一次方程、一元一次不等式的思想方法。类似地,能否从二次函数的观点看一元二次不等式,进而得到一元二次不等式的求解方法呢?

下面,我们先考察一元二次不等式 $x^2 - 12x + 20 < 0$ 与二次函数 $y = x^2 - 12x + 20$ 之间的关系。

问题:

- (1) 阅读这段教材中的“思考”,说明设置此栏目内容的主要意图;
- (2) 请说明二次函数在高中数学课程中的地位和作用。

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17. 针对“等差数列”的教学,某教师制定了如下教学目标。

目标一:理解等差数列的概念,掌握等差数列的通项公式;

目标二:理解等差数列通项公式的推导方法,会运用等差数列的通项公式解决实际问题;

目标三:通过公式的推导过程,培养观察、分析、归纳能力和严密的逻辑思维能力。

(1) 针对“等差数列”的内容,回答下列问题:

① 分析学生已有的知识基础;

② 设计一个等差数列的教学引入片段,并说明设计意图。

(2) 请针对上述教学目标,完成下列任务:

① 根据教学目标一、二,设计一个习题,帮助学生理解等差数列,并说明设计意图;

② 根据教学目标二、三,设计推导等差数列通项公式的教学片段,并说明设计意图。

教师资格考试数学学科知识与教学能力(高级中学)

标准预测试卷(三)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 下列函数在 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理条件的是()。

A. $y = e^x$
B. $y = \ln|x|$

C. $y = 1 - x^2$
D. $y = \frac{1}{1 - x^2}$
2. 向量 $\alpha_1 = (1, -1, 2, 4)^T, \alpha_2 = (0, 3, 1, 2)^T, \alpha_3 = (2, 1, 5, 10)^T, \alpha_4 = (1, -1, 2, 0)^T$ 的极大线性无关组为()。

A. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$
B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

C. $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$
D. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$
3. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$ 的规范型是()。

A. $-z_1^2 - z_2^2 + z_3^2$
B. $-z_1^2 - z_2^2 - z_3^2$

C. $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$
D. $z_1^2 - z_2^2 + z_3^2$
4. 若直线 l 满足:① 经过原点;② 垂直于直线 $l': \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$;③ 平行于平面 $\pi: 2x + 3y + 4z + 5 = 0$, 则直线 l 的方程是()。

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$
B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$
D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$
5. 已知随机变量 X 的分布律为 $P(X = k) = \frac{C}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots$, 常数 C 等于()。

A. 1
B. e

C. e^{-1}
D. e^{-2}
6. 函数 $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ 的间断点及其类型是()。

A. $x = 0$, 可去间断点
B. $x = 0$, 跳跃间断点

C. $x = 0$, 第二类间断点
D. $x = 1$, 跳跃间断点

12. 简述数据分析的主要过程。

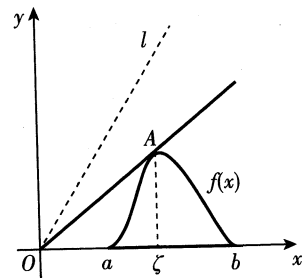
13. 请阐述三段论推理的含义,并用集合知识解释三段论。

三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 如图所示,设 $0 < a < b$, 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 上可微, 且 $f(x) > 0$, $f(a) = f(b) = 0$ 。设 l 为绕原点 O 可转动的细棍(射线), 放手后落在函数 $f(x)$ 的图像上并支撑在点 $(\zeta, f(\zeta))$, 从直观上看,

$$f'(\zeta) = \frac{f(\zeta)}{\zeta}。 \quad (*)$$

证明: 函数 $F(x) = \frac{f(x)}{x}$ 在 $x = \zeta$ 处取得最大值, 并证明 $(*)$ 式。



四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15. 导入环节的类型主要有哪几种,简要叙述,并举例说明其适用情况。

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分)

16. 下列是三位教师对“等比数列概念”引入的教学片段。

【教师甲】

用实例引入,选了一个增长率的问题,有某国企随着体制改革和技术革新,给国家创造的利税逐年增加,下面是近几年的利税值(万元):1000,1100,1210,1331,……,如果按照这个规律发展下去,下一年会给国家创造多少利税呢?

【教师乙】

以具体的等比数列引入,先给出四个数列。

1,2,4,8,16,⋯ 1, - 1,1, - 1,1,⋯ - 4,2, - 1,⋯ 1,1,1,1,1,⋯

由同学们自己去研究,这四个数列中,每个数列相邻两项之间有什么关系?这四个数列有什么共同点?

【教师丙】

以等差数列引入,开门见山,明确地告诉学生,“今天我们这节课学习等比数列,它与等差数列有密切的联系,同学们完全可以根据已学过的等差数列来研究等比数列。”什么样的数列叫等差数列?你能类比猜想什么是等比数列吗?列举出一两个例子,试说出它的定义。

问题:

(1) 请分析三位教师教学引入片段的特点?

(2) 在(1)的基础上,谈谈你对课题引入的观点。

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17. 等比数列是高中数列学习的重要内容之一。它与我们日常生活、生产和科学研究有着紧密的联系,尤其体现在资产折旧、贷款利率的计算等方面。针对“等比数列”的教学,请完成下面的任务:

- (1) 设计一个生活中的实例,加深学生对等比数列概念的理解,并说明设计意图;
- (2) 写出等比数列教学的教学目标;
- (3) 根据拟定的教学目标,设计一个探索、发现等比数列及其通项公式的教学过程,并说明设计意图。

教师资格考试数学学科知识与教学能力(高级中学)

标准预测试卷(四)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟, 满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效, 不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. 点 $A(4, -3, 1)$ 在平面 $\pi: x + 2y - z - 3 = 0$ 上的投影是()。
 - A. $(5, -1, 0)$
 - B. $(5, 1, 0)$
 - C. $(-5, 1, 0)$
 - D. $(5, -1, 1)$
2. 若 $\beta = (2, 1, t)^T$ 可由 $\alpha_1 = (1, 3, 1)^T, \alpha_2 = (-1, 2, 4)^T, \alpha_3 = (-2, 1, 5)^T$ 线性表出, 则 $t =$ ()。
 - A. -2
 - B. -3
 - C. 1
 - D. 2
3. 下列级数中, 不收敛的是()。
 - A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(n + \frac{1}{n}\right)^n}{n^{n+\frac{1}{n}}}$
 - B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n + 1}$
 - C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{2^n}$
 - D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$
4. 设随机变量 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 1.6, D(X) = 1.28$, 则()。
 - A. $n = 5, p = 0.32$
 - B. $n = 4, p = 0.4$
 - C. $n = 8, p = 0.2$
 - D. $n = 7, p = 0.45$
5. 设函数 $f(x) = a \sin x + x \sin 2x$, 在 $x_0 = \pi$ 处取得极值, 则()。
 - A. $a = \pi, f(\pi)$ 是极小值
 - B. $a = \pi, f(\pi)$ 是极大值
 - C. $a = 2\pi, f(\pi)$ 是极小值
 - D. $a = 2\pi, f(\pi)$ 是极大值
6. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & a & 0 \end{bmatrix}$, B 是 3 阶非零矩阵, 且 $AB = O$, 则 $a =$ ()。
 - A. -1
 - B. 0
 - C. 2
 - D. 1

7. 逻辑推理是得到数学结论、构建数学体系的重要方式,是数学严谨性的()。

- A. 标准
- B. 认知规律
- C. 基本保证
- D. 内涵

8. 《九章算数注》的作者是()。

- A. 刘徽
- B. 秦九韶
- C. 杨辉
- D. 赵爽

二、简答题(本大题共 5 小题,每小题 7 分,共 35 分)

9. 求到平面 $4x - 2y - 4z - 5 = 0$ 的距离等于 2 的点的轨迹方程。

10. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关,证明: $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$ 线性无关。

11. 计算积分 $\int x \arctan x dx$ 。

12. 在“互联网+”时代,信息技术的广泛应用正在对数学教育产生深刻影响。请简要说明信息技术在数学教育中的影响。

13. 以直线和平面的关系为例,说明教学过程中涉及的开放性问题的作用。

三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & b \end{bmatrix}$, 当 a, b 为何值时, 存在矩阵 C 使得 $AC - CA = B$, 并求所有矩阵 C 。

四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15. 针对上课期间教师提出问题后学生出现沉默的现象, 分析为什么会出现这种现象, 并给出解决办法。

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分)

16. 在学习了“双曲线”后,教师要求学生解决如下问题。

已知双曲线 $x^2 - y^2 = 3$, 直线 $y = k(x + 1)$, 讨论直线与双曲线交点的个数。

下面是某位同学的解答过程:

联立方程组 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ y = k(x + 1), \end{cases}$ 消去 y 得 $(1 - k^2)x^2 - 2k^2x - (k^2 + 3) = 0$, 当 $\Delta = (-2k^2)^2 +$

$4(1 - k^2)(k^2 + 3) = 0$, 即 $k = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$ 时, 方程组只有一个解, 故直线与双曲线有一个交点; 当 $\Delta =$

$(-2k^2)^2 + 4(1 - k^2)(k^2 + 3) > 0$, 即 $-\frac{\sqrt{6}}{2} < k < \frac{\sqrt{6}}{2}$ 时, 方程组有两个解, 故直线与双曲线有

两个交点; 当 $\Delta = (-2k^2)^2 + 4(1 - k^2)(k^2 + 3) < 0$, 即 $k > \frac{\sqrt{6}}{2}$ 或 $k < -\frac{\sqrt{6}}{2}$ 时, 方程组无解, 故直线与双曲线没有交点。

问题:

- (1) 指出该解法的错误之处, 分析错误原因, 并给出正确解法;
- (2) 针对该题的教学, 谈谈如何设置问题, 帮助学生避免出现上述错误。

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17. “平面向量的数量积”的教学目标设计如下:

目标一:知道平面向量数量积定义的产生过程,掌握其定义,了解其几何意义;

目标二:掌握平面向量数量积的公式;

目标三:能用数量积表示两个向量的夹角,会用数量积判断两个平面向量的关系。

(1) 请设计一个实例,加深学生对平面向量的数量积的理解;

(2) 请针对上述教学目标,设计平面向量的数量积的教学过程;

(3) 针对目标三,设计两道例题,以帮助学生进一步巩固向量数量积公式及其应用。

教师资格考试数学学科知识与教学能力(高级中学)

标准预测试卷(五)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 设 $F(x) = \int_{a^x}^{\arctan x} f(t) dt$, $f(x)$ 连续,则 $F'(x) = (\quad)$ 。
 A. $\frac{1}{1+x^2}f(\arctan x) - a^x f(a^x)$
 B. $\frac{1}{1+x^2}f(\arctan x) - a^x \ln a f(a^x)$
 C. $\frac{1}{1+x^2}f(\arctan x) + a^x \ln a f(a^x)$
 D. $\frac{1}{1+x^2}f(\arctan x) - a^x \ln x f(a^x)$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n} x^n$ 的收敛域为()。
 A. $[-2, 2)$ B. $[-2, 2]$
 C. $(-2, 2]$ D. $(-2, 2)$
3. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, 则 A 与 B ()。
 A. 合同且相似
 B. 合同但不相似
 C. 不合同但相似
 D. 既不合同也不相似
4. 平面 yOz 内的一条直线绕 z 轴旋转一周所得的图形不可能是()。
 A. 旋转单叶双曲面 B. 圆柱面
 C. 圆锥面 D. 平面
5. 已知随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 $E(2X + 1) = 5$, 则 $\mu = (\quad)$ 。
 A. 0 B. -1
 C. 2 D. 1

$$g(x)) = (\quad) \circ$$

- A. $(x + 1)^2$

7.《学记》中提出“道而弗牵,强而弗抑,开而弗达”。这体现了下列哪项教学原则?()

- ### A. 启发式原则

C. 新月形近原则

观想象、数学运算、数据分析等。

- ### A. 分类讨论

二、简答题(本大题共 5 小题,每小题 7 分,共 35 分)

9. 设 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 证明: 在 (a, b) 内存在一点 ξ , 使得

$$\begin{vmatrix} f(a) & f(b) \\ g(a) & g(b) \end{vmatrix} = (b-a) \begin{vmatrix} f(a) & f'(\xi) \\ g(a) & g'(\xi) \end{vmatrix}.$$

10. 求过点 $(1, 0, 4)$, 且平行于平面 $3x - 4y + z - 8 = 0$, 又与直线 $x + 1 = y - 3 = \frac{z}{2}$ 相交的

直线的方程。

11. 设实对称矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, 求正交矩阵 Q , 使得 $Q^T A Q$ 为对角矩阵。

12. 教师可以从哪些方面培养学生发现问题和提出问题的能力？

13. 怎样理解学生主体地位和教师主导作用的关系？如何让学生成为学习的主体？

三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ 。证明: A 可对角化,并求可逆矩阵 T ,使得 $T^{-1}AT$ 为对角矩阵。

四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15. 理论与实践相结合,既是认识论与方法论的基本原理,又是教学论中的一般原理。结合新课程改革,谈谈你对新课程实施过程中数学教学方法应如何进行创新的观点。

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分)

16. 某教师针对《二项式定理》设计了一节习题课,下面是两位同学所做的一道例题的解题过程,据此回答问题。

若 $\left(\frac{2}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right)^{2n}$ 展开式中的第五项是常数,则 x 项的二项式系数为_____。

学生小赵的解法如下:

$\left(\frac{2}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right)^{2n}$ 展开式的通项为 $T_{r+1} = C_{2n}^r \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^r (-\sqrt{x})^{2n-r} = C_{2n}^r (-1)^{2n-r} 2^r x^{n-r}$, 根据题意知 $r = 5, n - 5 = 0$, 解得 $n = 5, T_{r+1} = C_{10}^r (-1)^{10-r} 2^r x^{5-r}$, 进而可知 $r = 4$ 时, x 项的二项式系数为 $C_{10}^4 = 210$ 。

学生小宋的解法如下:

$\left(\frac{2}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right)^{2n}$ 展开式的通项为 $T_{r+1} = C_n^r \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{n-r} (-\sqrt{x})^r = C_n^r (-1)^r 2^{n-r} x^{\frac{2r-n}{2}}$, 根据题意知 $r = 4, \frac{2 \times 4 - n}{2} = 0$, 解得 $n = 8, T_{r+1} = C_8^r (-1)^r 2^{8-r} x^{r-4}$, 进而可知 $r = 5$ 时, x 项的二项式系数为 $C_8^5 (-1)^5 2^3 = -448$ 。

问题:

- (1) 给出案例中例题的正确解法;
- (2) 请指出案例中两个学生解题中的错误,并分析产生错误的原因;
- (3) 结合案例,谈谈在教学“二项式定理”内容时应该注意哪些问题。

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17. 通过直观感知、操作确认,归纳出平面与平面平行的判定定理:如果一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行,那么这两个平面平行。

请完成下列任务:

- (1) 写出本节课的教学目标和教学重点;
- (2) 请设计一个引入新课的问题情境以展开新课的教学,并说明设计意图;
- (3) 请设计一个探索活动来探究该定理;
- (4) 请你设计两道习题(不必解答),进一步帮助学生理解并应用该定理,并说明设计意图。

